BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ
№4 *Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası* 2010

MEXANİKA

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОЛОГО ЦИЛИНДРА ПРИ СМЕШАННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ НА БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

М.Ф.МЕХТИЕВ, Н.И.ФОМИНА, А.Р.АМРАХОВА
Бакинский Государственный Университет
Fomina1109@mail.ru

В работе рассматривается осесимметричная динамическая задача полого цилиндра при смешанных граничных условиях на боковой поверхности. Сначала задача решается точно, а затем, предполагая оболочку тонкостенной, проводится асимптотический анализ. Получены простые асимптотические формулы, позволяющие рассчитать напряженно-деформированное состояние оболочки.

Выделение класса краевых условий, позволяющих точно решить динамическую задачу для тел конечного размера, представляется весьма важным. В [1] указан класс краевых условий, где задача колебаний цилиндра решается точно. Ниже указывается еще один класс краевых условий, допускающих точное решение.

1. Рассмотрим осесимметричную динамическую задачу теории упругости для полого цилиндра. Положение точек цилиндра в пространстве определяется цилиндрическими координатами r, φ, z, изменяющимися в следующих пределах:

$$R_1 \le r \le R_2\,, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi, \ -l \le z \le l\,. \tag{1.1}$$

Предполагается, что на боковой части границы заданы однородные смешанные граничные условия

$$u_r = 0, \ \tau_{rz} = 0 \ \text{ при } \ \rho = \rho_s \quad (s = 1,2), \tag{1.2}$$

а на остальной части границы выполняется одно из граничных условий следующего типа:

$$\sigma_z = Q^{\pm}(\rho)e^{i\omega t}, \quad \tau_{rz} = \tau^{\pm}(\rho)e^{i\omega t} \qquad \text{при } \xi = \pm l_0\,, \tag{1.3}$$

$$\sigma_z = Q^{\pm}(\rho)e^{i\omega t}, \ \ u_r = a_0^{\ \pm}(\rho)e^{i\omega t} \qquad \text{при } \xi = \pm l_0\,, \tag{1.4}$$

$$u_z = b_0^{\ \pm}(\rho)e^{i\omega t}, \ \ \tau_{rz} = \tau^{\pm}(\rho)e^{i\omega t} \qquad \text{при } \xi = \pm l_0\,. \tag{1.5}$$

Уравнения движения в перемещениях в цилиндрической системе координат имеют вид:

$$\frac{1}{1-2\nu}\cdot\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial\rho}+\Delta u_\rho-\frac{1}{\rho^2}u_\rho=\frac{2g(1+\nu)R_0^2}{E}\cdot\frac{\partial^2 u_\rho}{\partial t^2},$$

$$\frac{1}{1-2\nu}\cdot\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial\xi}+\Delta u_\xi=\frac{2g(1+\nu)R_0^2}{E}\cdot\frac{\partial^2 u_\xi}{\partial t^2}, \tag{1.6}$$

$$\mathrm{X}=\frac{\partial u_\rho}{\partial\rho}+\frac{u_\rho}{\rho}+\frac{\partial u_\xi}{\partial\xi},$$

здесь $\rho=R_0^{-1}\cdot r$, $\xi=R_0^{-1}\cdot z$ – безразмерные координаты, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, g – плотность материала оболочки, Δ – оператор Лапласа, $u_\rho=R_0^{-1}u_r$, $u_\xi=R_0^{-1}u_z$.

Компоненты тензора напряжений через перемещения выражаются следующим образом:

$$\sigma_r=2G\left(\frac{\partial u_\rho}{\partial\rho}+\frac{\nu}{1-2\nu}\mathrm{X}\right),\quad \sigma_\varphi=2G\left(\frac{u_\rho}{\rho}+\frac{\nu}{1-2\nu}\mathrm{X}\right),$$

$$\sigma_z=2G\left(\frac{\partial u_\xi}{\partial\xi}+\frac{\nu}{1-2\nu}\mathrm{X}\right),\quad \tau_{rz}=G\left(\frac{\partial u_\xi}{\partial\rho}+\frac{\partial u_\rho}{\partial\xi}\right), \tag{1.7}$$

где G – модуль сдвига.

Общий анализ данной задачи показывает, что здесь удобно использовать теорему Гельмгольца из векторного анализа:

$$\bar{u}=grad\,\Phi+rot\,\bar{F},\ div\bar{F}=0, \tag{1.8}$$

$$\bar{F}=\bar{F}(0,F,0).$$

Соотношение (1.8) в осесимметричном случае в цилиндрических координатах имеет вид:

$$u_\rho=\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}-\frac{\partial F}{\partial\xi},\ u_\xi=\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}+\frac{\partial F}{\partial\rho}+\frac{F}{\rho}. \tag{1.9}$$

Подставляя (1.9) в (1.6), получим:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2}-\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}G^{-1}\cdot g\,R_0^2\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}=0,$$

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial\xi^2}-G^{-1}\cdot g\,R_0^2\,\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=0, \tag{1.10}$$

$$F=\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}.$$

Общее решение (1.10) отыскиваем в виде:

$$\Phi=a(\rho)\frac{dm}{d\xi}e^{i\omega t},\quad \Psi=b(\rho)m(\xi)e^{i\omega t}, \tag{1.11}$$

где функция $m(\xi)$ подчинена условию

$$\frac{d^2 m}{d\xi^2} - \mu^2 m(\xi) = 0 . \tag{1.12}$$

После подстановки (1.11) в (1.10), (1.2) с учетом (1.12), соответственно, получаем:

$$a'' + \frac{1}{\rho} a' + \alpha^2 a = 0, \quad \alpha^2 = \mu^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \lambda^2, \; a' = 0 \;\; \text{ïðè} \quad \rho = \rho_s , \tag{1.13}$$

$$b'' + \frac{1}{\rho} b' + \gamma^2 b = 0, \quad \gamma^2 = \mu^2 + \lambda^2 , \; b' = 0 \;\; \text{ïðè} \quad \rho = \rho_s . \tag{1.14}$$

Согласно формулам (1.9) и (1.8), компоненты вектора перемещений и тензора напряжений имеют вид:

$$\begin{aligned}
& u_r = R_0 (a' - b') \frac{d\,m}{d\xi} e^{i\omega t}, \quad u_z = R_0 \left(\mu^2 a - \gamma^2 b \right) m(\xi) e^{i\omega t}, \\
& \sigma_z = 2G \left[\left(\mu^2 - \frac{\nu}{2-2\nu} \cdot \lambda^2 \right) a - \gamma^2 b \right] \frac{dm}{d\xi} e^{i\omega t}, \\
& \sigma_\varphi = 2G \left[\frac{1}{\rho} (a' - b') - \frac{\nu}{2-2\nu} \lambda^2 a \right] \frac{dm}{d\xi} e^{i\omega t}, \\
& \sigma_r = 2G \left[-\frac{1}{\rho} (a' - b') + \gamma^2 b - \delta^2 a \right] \frac{dm}{d\xi} e^{i\omega t}, \\
& \tau_{rz} = G \left[2\mu^2 a' - \left(2\mu^2 + \lambda^2 \right) b' \right] m(\xi) e^{i\omega t}, \\
& \lambda^2 = \frac{2g(1+\nu) R_0^2 \omega^2}{\mathrm{E}}, \quad \delta^2 = \mu^2 + \frac{\lambda^2}{2}.
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Таким образом, общая краевая задача частично разбивается на две задачи (1.13) и (1.14). Определим оператор $\boldsymbol{T}$ формулой:

$$\mathrm{T} y = \left\{ -\frac{1}{\rho} (\rho y')', \; y' \big|_{\rho = \rho_s} = 0 \right\} . \tag{1.16}$$

Тогда в пространстве $L_2(\rho_1, \rho_2)$ задачам (1.13) и (1.14) можно придать операторный вид:

$$\mathrm{T} a = \alpha^2 a , \tag{1.17}$$

$$\mathrm{T} b = \gamma^2 b . \tag{1.18}$$

Операторные уравнения (1.17) и (1.18) математически идентичны.

Легко доказать, что оператор T – самосопряженный. Следовательно, спектр оператора T вещественный, а собственные векторы ортогональны, полны и составляют базис в пространстве $L_2(\rho_1, \rho_2)$. С другой стороны, из вещественности α^2, γ^2 следует, что величина μ^2 тоже вещественная, т.е. величина μ либо действительна, либо чисто мнимая.

Теперь рассмотрим задачу:

$$\frac{d^2 m_k^{(i)}}{d\xi^2} - \mu_{ki}^2 m_k^{(i)} = 0,$$
$$\sigma_z(\rho, \pm l_0) = Q^{\pm}(\rho), \;\; \tau_{rz}(\rho, \pm l_0) = \tau^{\pm}(\rho), \tag{1.19}$$

где через μ_{ki} $(i = 1{,}2)$ обозначены собственные числа операторов (1.13) и (1.14), соответственно.

Функции $Q^{\pm}(\rho), \tau^{\pm}(\rho)$ раскладываем по собственным функциям одного из уравнений (1.13) или (1.14). Выбирая собственные функции оператора (1.13), получаем:

$$Q^{\pm}(\rho) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{\pm} \cdot a_k(\rho), \;\; \tau^{\pm}(\rho) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k^{\pm} \cdot a_k(\rho)\;, \tag{1.20}$$

где

$$a_k^{\pm} = \int_{\rho_1}^{\rho_2} Q^{\pm}(\rho) a_k(\rho) \cdot \rho\, d\rho, \quad b_k^{\pm} = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \tau^{\pm}(\rho) a_k\;(\rho) \cdot \rho\, d\rho\,,$$

$$\| a_k \|^2 = 1 = \int_{\rho_1}^{\rho_2} a_k^2\;(\rho) \cdot \rho\, d\rho \qquad (a_k, a_n) = \delta_{kn}\,,$$

$$\| b_k \|^2 = 1 = \int_{\rho_1}^{\rho_2} b_k^2\;(\rho) \cdot \rho\, d\rho \qquad (b_k, b_n) = \delta_{kn}\,.$$

Общее решение задачи (1.19) можно представить в виде:

$$m_k^{(i)} = c_{k1}^{(i)}\, e^{\mu_{ki}\xi} + c_{k2}^{(i)}\, e^{-\mu_{ki}\xi}\,. \tag{1.21}$$

Тогда общее решение данной задачи можно представить в таком виде

$$u_r = R_0 \sum_{k=1}^{\infty} \left[c_k a_k'(\rho) \frac{d\, m_k^{(1)}}{d\xi} - d_k b_k'(\rho) \frac{d\, m_k^{(2)}}{d\xi} \right] e^{i\omega t}, \tag{1.22}$$

$$u_z = R_0 \sum_{k=1}^{\infty} \left[c_k \mu_{k1}^2 a_k(\rho) m_k^{(1)} - \left(\mu_{k2}^2 + \lambda^2 \right) d_k b_k(\rho) m_k^2(\xi) \right] e^{i\omega t},$$

где постоянные c_k, d_k определяются из одного из условий (1.3) – (1.5), удовлетворяя условиям (1.3):

$$2G\left[\left(\mu_{k1}^2 - \frac{\nu}{1-2\nu} \lambda^2 \right) \frac{dm_k^{(1)}}{d\xi} c_k - \gamma_{k2}^2 \int_{\rho_1}^{\rho_2} a_k(\rho) b_k(\rho) \rho\, d\rho \frac{dm_k^{(2)}}{d\xi} d_k \;\right]_{\xi=\pm l_0} = a_k^{\pm},$$

$$G\Big[2\mu_{k1}^2 m_k^{(1)}(\xi) \int_{\rho_1}^{\rho_2} a_k(\rho) a_k'(\rho) \rho\, d\rho \cdot c_k \; - \tag{1.23}$$

$$-\left(2\mu_{k2}^2 + \lambda^2\right) m_k^{(1)}(\xi) \int_{\rho_1}^{\rho_2} a_k(\rho) b_k'(\rho) \rho\, d\rho \cdot d_k \;\Big]_{\xi=\pm l_0} = b_k^{\pm}\,.$$

2. Переходим к построению асимптотических формул для собственных чисел и собственных векторов. Общие решения уравнений (1.13) и (1.14), соответственно, имеют вид:

$$a = C_1 J_0(\alpha\rho) + C_2 Y_0(\alpha\rho),$$
$$b = D_1 J_0(\gamma\rho) + D_2 Y_0(\gamma\rho), \tag{2.1}$$

здесь $J_0(x)$, $Y_0(x)$ – функции Бесселя первого и второго родов, соответственно, $C_i \ (i=1,2)$, $D_i \ (i=1,2)$ – произвольные постоянные.

Удовлетворяя однородным граничным условиям на боковой поверхности, получаем дисперсионные уравнения:

$$\Delta_1(\mu,\lambda,\varepsilon) = \alpha^2 L_{11}(\alpha\rho_1, \alpha\rho_2) = 0, \tag{2.2}$$

$$\Delta_2(\mu,\lambda,\varepsilon) = \gamma^2 L_{11}(\gamma\rho_1, \gamma\rho_2) = 0. \tag{2.3}$$

Уравнения (2.2) и (2.3) имеют счетное множество корней с точкой сгущения на бесконечности. Им соответствуют следующие однородные решения:

$$u_r^{(1)} = R_0 \sum_{k=1}^{\infty} c_k \alpha_k L_{11}(\alpha_k\rho,\, \alpha_k\rho_2) \frac{dm_k^{(1)}}{d\xi} e^{i\omega t},$$

$$u_z^{(1)} = R_0 \sum_{k=1}^{\infty} c_k \mu_{k1}^2 L_{01}(\alpha_k\rho,\, \alpha_k\rho_2) m_k^{(1)}(\xi) e^{i\omega t},$$

$$\sigma_z^{(2)} = 2G \sum_{k=1}^{\infty} c_k \left(\mu_{k1}^2 - \frac{\nu}{2-2\nu}\lambda^2\right) L_{01}(\alpha_k\rho,\, \alpha_k\rho_2) \frac{dm_k^{(1)}}{d\xi} e^{i\omega t}, \tag{2.4}$$

$$\sigma_\varphi^{(1)} = -2G \sum_{k=1}^{\infty} c_k \left[\frac{\nu}{2-2\nu}\lambda^2 L_{01}(\alpha_k\rho,\, \alpha_k\rho_2) + \frac{\alpha_k}{\rho} L_{11}(\alpha_k\rho,\, \alpha_k\rho_2)\right] \frac{dm_k^{(1)}}{d\xi} e^{i\omega t},$$

$$\sigma_r^{(1)} = -2G \sum_{k=1}^{\infty} c_k \left[\delta_k^2 L_{01}(\alpha_k\rho,\, \alpha_k\rho_2) - \frac{\alpha_k}{\rho} L_{11}(\alpha_k\rho,\, \alpha_k\rho_2)\right] \frac{dm_k^{(1)}}{d\xi} e^{i\omega t},$$

$$\tau_{rz}^{(1)} = -2G \sum_{k=1}^{\infty} c_k \mu_{k1}^2 \alpha_k L_{11}(\alpha_k\rho,\, \alpha_k\rho_2) m_k^{(1)}(\xi) e^{i\omega t}.$$

Выражения для $u_r^{(2)}$, $u_z^{(2)}$, $\sigma_z^{(2)}, \ldots, \tau_{rz}^{(2)}$ получается из (2.4) заменой α_k на γ_k, μ_{k1} на μ_{k2}, $m_k^{(1)}$ на $m_k^{(2)}$, соответственно,

где

$$L_{ii}(x) = J_i(x\rho_1)Y_i(x\rho_2) - J_i(x\rho_2)Y_i(x\rho_1),$$

$$L_{ij}(x) = J_i(x\rho_1)Y_j(x\rho_2) - J_j(x\rho_2)Y_i(x\rho_1) \quad i,j = 0;1,$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\cdot\frac{R_2 - R_1}{R_0} = \frac{h}{R_0}.$$

Уравнение (2.2) имеет один ограниченный корень $\alpha = 0$. Из (2.4) получаем, что этому корню соответствует следующее решение:

$$
\begin{aligned}
&u_z = R_0(1-2\nu)c_0 m_0\, e^{i\omega t}, \quad u_r = 0,\\
&\sigma_z = 2G(1-2\nu)c_0 \frac{dm_0}{d\xi} e^{i\omega t},\\
&\sigma_\varphi = 2G\nu\; c_0 \frac{dm_0}{d\xi} e^{i\omega t},\\
&\sigma_r = 2G\nu\; c_0 \frac{dm_0}{d\xi} e^{i\omega t}, \quad \tau_{rz} = 0,\\
&m_0(\xi) = c_1 \cos\sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}\,\lambda\xi + c_2 \sin\sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}\,\lambda\xi,
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

$c_0, c_1, c_2 -$ произвольные постоянные. Можно показать, что все остальные нули функций $\Delta_1(\mu,\lambda,\varepsilon)$, $\Delta_2(\mu,\lambda,\varepsilon)$ неограниченно растут при $\varepsilon \to 0$. Используя асимптотики функций Бесселя при больших значениях аргумента, уравнениям (2.2) и (2.3) можно придать вид:

$$
L_{11}(\alpha\rho_1,\, \alpha\rho_2) = \frac{2}{\pi\alpha}\cdot\frac{1}{\sqrt{\rho_1\rho_2}}\left[\left(1+\frac{3}{8\alpha^2}\right)\sin 2\alpha\varepsilon - \frac{3}{4\alpha}\varepsilon\cdot\cos 2\alpha\varepsilon + 0\left(\frac{1}{\alpha^3}\right)\right] = 0,
$$

$$
L_{11}(\gamma\rho_1,\, \gamma\rho_2) = \frac{2}{\pi\gamma}\cdot\frac{1}{\sqrt{\rho_1\rho_2}}\left[\left(1+\frac{3}{8\gamma^2}\right)\sin 2\gamma\varepsilon - \frac{3}{4\gamma}\varepsilon\cos 2\gamma\varepsilon + 0\left(\frac{1}{\gamma^3}\right)\right] = 0. \tag{2.6}
$$

Задавая $\lambda = S\,\varepsilon^{-1}$, отыскиваем μ_{ni} $(i = 1,2)$ в следующем виде:

$$
\mu_{ni} = \delta_{ni}\varepsilon^{-1} + \chi_{ni}\varepsilon + \ldots\,. \tag{2.7}
$$

Подставляя (2.7) в (2.6), соответственно, получаем:

$$
\sin 2\sqrt{\delta_{n1}^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}S^2} = 0; \qquad \chi_{n1} = {}^3\!/_8\,\delta_{n1}^{-1}, \tag{2.8}
$$

$$
\sin 2\sqrt{\delta_{n2}^2 + S^2} = 0; \qquad \chi_{n2} = {}^3\!/_8\,\delta_{n2}^{-1}\,. \tag{2.9}
$$

Как видно из (2.8) и (2.9) при $S^2 > \dfrac{1-\nu}{1-2\nu}\cdot\dfrac{k^2\pi^2}{2}$ и $S^2 > \dfrac{k^2\pi^2}{4}$, соответственно, мы получаем две серии чисто мнимых корней. Используя первый член асимптотики функции Бесселя, из (2.4) получаем, что этим нулям соответствуют следующие группы решений:

$$
u_r^{(1)} = -R_0\varepsilon^2\sum_{k=1}^{\infty} C_k\left\{\alpha_{k0}\sin[\alpha_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon)\right\}\frac{dm_k^{(1)}}{d\xi}e^{i\omega t},
$$

$$
u_z^{(1)} = R_0\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty} C_k\left\{\delta_{k1}^2\cos[\alpha_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon)\right\} m_k^{(1)}(\xi)\; e^{i\omega t},
$$

$$\sigma_z^{(1)} = 2G\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty} C_k \left\{ \left(\delta_{k1}^2 - \frac{\nu}{2-2\nu} S^2 \right) \cos[\alpha_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon) \right\} \frac{dm_k^{(1)}}{d\xi} e^{i\omega t},$$

$$\sigma_\varphi^{(1)} = -G\frac{\nu}{1-\nu} S^2 \sum_{k=1}^{\infty} C_k \{\cos[\alpha_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon)\} \frac{dm_k^{(1)}}{d\xi} e^{i\omega t}, \qquad (2.10)$$

$$\sigma_r^{(1)} = -2G\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty} C_k \left\{ \left(\delta_{k1}^2 + S^2\!\!\diagup\!2 \right) \cos[\alpha_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon) \right\} \frac{dm_k^{(1)}}{d\xi} e^{i\omega t},$$

$$\tau_{rz}^{(1)} = -2G\sum_{k=1}^{\infty} C_k \{ \delta_{k1}^2 \alpha_{k0} \sin[\alpha_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon) \} m_k^{(1)}(\xi) e^{i\omega t},$$

$$u_r^{(2)} = R_0 \varepsilon^2 \sum_{k=1}^{\infty} D_k \{\sin[\gamma_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon)\} \frac{dm_k^{(2)}}{d\xi} e^{i\omega t},$$

$$u_z^{(2)} = -R_0 \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} D_k \{\cos[\gamma_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon)\} m_k^{(2)}(\xi) e^{i\omega t},$$

$$\sigma_z^{(2)} = -2G\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty} D_k \{\gamma_{k0} \cos[\gamma_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon)\} \frac{dm_k^{(2)}}{d\xi} e^{i\omega t}, \qquad (2.11)$$

$$\sigma_\varphi^{(2)} = 2G\varepsilon^2\sum_{k=1}^{\infty} D_k \{\cos[\gamma_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon)\} \frac{dm_k^{(2)}}{d\xi} e^{i\omega t},$$

$$\sigma_r^{(2)} = 2G\varepsilon^2\sum_{k=1}^{\infty} D_k \{\cos[\gamma_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon)\} \frac{dm_k^{(2)}}{d\xi} e^{i\omega t},$$

$$\tau_{rz}^{(2)} = G\sum_{k=1}^{\infty} D_k \left\{ \left(2\delta_{k2}^2 + S^2 \right) \sin[\gamma_{k0}(\eta-1)] + 0(\varepsilon) \right\} m_k^{(2)}(\xi) e^{i\omega t},$$

где C_k, D_k – произвольные постоянные,

$$\alpha_{k0}^2 = \delta_{k1}^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} S^2, \quad \gamma_{k0}^2 = \delta_{k2}^2 + S^2.$$

Отметим, что решения (2.10) и (2.11) соответствуют сверхвысокочастотным колебаниям полого цилиндра и полностью совпадают с решением аналогичной задачи теории упругости для упругого слоя. Уравнение (2.3) имеет один ограниченный корень $\gamma = 0$. Непосредственной проверкой можно убедиться, что этому корню соответствует тривиальное решение.

Таким образом, получаем простые асимптотические формулы, позволяющие рассчитать напряженно-деформированное состояние оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мехтиев М.Ф. Асимптотический анализ некоторых пространственных задач теории упругости для полых тел. Баку: Элм, 2008, 319 с.
2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1966, т.2, 295 с.

YAN SƏTHLƏRİNDƏ QARIŞIQ BİRCİNS SƏRHƏD ŞƏRTLƏRİ VERİLDİKDƏ SİLİNDİRİK ÖRTÜYÜN RƏQSİ

M.F.MEHDİYEV, N.İ.FOMİNA, A.R.ƏMRAHOVA

XÜLASƏ

Məqalədə, yan səthlərində qarışıq bircins sərhəd şərtləri verildikdə silindirik örtüyün məcburi rəqsi məsələsinə baxılır. Məsələ əvvəlcə dəqiq həll olunur, sonra örtük nazik divarlı qəbul edilərək, dəqiq həllər asimptotik təhlil olunur. Gərginlik-deformasiya vəziyyətin hesabatı üçün sadə asimptotik düsturlar verilir.

FORCED OSCILLATIONS OF HOLLOW CYLINDER ON MIXED BOUNDARY CONDITIONS AT THE SIDE SURFACE

M.F.MEHDIYEV, N.I.FOMINA, A.R.AMRAHOVA

SUMMARY

The paper considers an axis symmetric dynamical problem for a hollow cylinder at mixed boundary conditions on the side surface. First, the problem is solved exactly and then asymptotic analysis is conducted suggesting the shell to be capillary. Simple asymptotic formulas allowing to calculate strained-deformed state of a shell have been obtained.